

Benoît Cadorel
Institut Elie Cartan de Lorraine
HDR Mathématiques

Titre de l'HDR

Hyperbolicité complexe : méthodes algébriques et transcendantales, et application à des problèmes d'uniformisation

Abstract

Le mot "hyperbolique" est un terme polysémique usuellement employé en géométrie pour qualifier les objets "à courbure négative". En géométrie algébrique complexe, le terme a un sens très précis : on qualifie d'"hyperboliques" les variétés projectives complexes ne contenant pas de courbes entières, c'est-à-dire d'images non-constantes d'applications holomorphes partant du plan complexe. Les conjectures générales (dont la célèbre conjecture de Green-Griffiths-Lang) prédisent que les variétés projectives dites "de type général" devraient admettre "peu" de telles courbes entières.

Ce mémoire présentera quelques approches à l'étude de cette conjecture pour plusieurs classes de variétés complexes. Parmi les méthodes algébriques, on décrira des techniques de construction d'équations différentielles de jets, très adaptées à l'étude de l'hyperbolicité des hypersurfaces. On présentera aussi quelques méthodes transcendantales applicables dans le cas quasi-projectif, notamment pour étudier les variétés admettant de "grosses représentations" du groupe fondamental. On verra aussi comment ces dernières méthodes (jointes à la notion de "variété spéciale" de Campana) s'appliquent à des problèmes d'uniformisation par la boule dans le cas quasi-projectif.

Abstract (anglais)

The word "hyperbolic" is a polysemic word usually used to qualify geometric objects with "negative curvature". In complex algebraic geometry, it has a very precise meaning: we qualify of "hyperbolic" the complex projective manifolds that do not admit entire curves, namely non-constant images of holomorphic maps starting from the complex planes. General conjecture (e.g. the celebrated Green-Griffiths-Lang conjecture) predict that projective manifolds of "general type" should admit only "few" such entire curves. This memoir will present several approaches to the study of this conjecture for several classes of complex manifolds. Among the algebraic methods, we will describe several techniques of constructions of jet differential equations, especially adapted to study the hyperbolicity of hypersurfaces. We will also present several transcendental methods, applicable in the quasi-projective setting, in particular to manifolds admitting "big" representations of their fundamental group. We will see how these last techniques (jointly with Campana's notion of "special variety") can be applied to problems of uniformization by the ball in the quasi-projective setting.