

<b>Nom – Prénom</b>	Bellet Jean-Baptiste
<b>Laboratoire de rattachement</b>	Institut Elie Cartan de Lorraine
<b>Intitulé du diplôme HDR</b>	Mathématiques
<b>Titre de l’HDR</b>	Méthodes mathématiques et numériques pour la tomographie réfective tri-dimensionnelle et pour l’approximation sur la sphère

### Abstract (français)

Cette thèse porte sur des aspects mathématiques et numériques de la tomographie réfective et de l’approximation sur la sphère. Le premier sujet concerne le calcul de reconstructions tri-dimensionnelles en imagerie optique à l’aide de transformées de type Radon. Les travaux présentés, en partie issus de collaborations avec des entreprises, incluent des aspects appliqués comme le développement et l’implémentation d’algorithmes, des tests numériques, ainsi qu’une méthode brevetée. D’un point de vue plus théorique, nous étayons mathématiquement le sujet en examinant les singularités ; notamment, l’analyse microlocale de la transformation de Radon établit une correspondance entre les singularités de la reconstruction et celles des données. Enfin, nous relierons diffusion Lambertienne et transformation de Radon au sens des distributions. La deuxième partie porte sur l’approximation sur la sphère dans des bases d’harmoniques sphériques, dans le cas où la grille de discrétisation est la Cubed Sphere. On construit un interpolant de Lagrange qui est minimal pour un certain ordre lexicographique, avec pour application une formule de quadrature précise. On étudie également des problèmes de moindres carrés non régularisés, avec pour application une transformation de Funk-Radon discrète stable. En parallèle, différents résultats d’invariance par le groupe de symétrie du cube sont montrés et exploités, tandis que la structure en grands cercles de la grille est mise à profit dans l’étude de matrices de Vandermonde.

### Abstract (anglais)

This thesis deals with mathematical and numerical aspects of reflective tomography and approximation on the sphere. The first topic concerns the calculation of three-dimensional reconstructions in optical imaging using Radon-type transforms. The work presented, which is partly the result of collaborations with companies, includes applied aspects such as the development and implementation of algorithms, numerical tests and a patented method. From a more theoretical point of view, we provide mathematical support for the subject by examining the singularities; in particular, the microlocal analysis of the Radon transform establishes a correspondence between the singularities of the reconstruction and those of the data. Finally, we link Lambertian diffusion and the Radon transform extended to distributions. The second part deals with approximation on the sphere in spherical harmonics bases, in the case where the discretization grid is the Cubed Sphere. We construct a Lagrange interpolant which is minimal for a certain lexicographic order, and we use it to design an accurate quadrature rule. We also study non-regularized least squares problems, in particular to define a stable discrete Funk-Radon transform. In parallel, various results on invariance by the symmetry group of the cube are shown and exploited, while the great circles associated to the grid are used to study Vandermonde matrices.